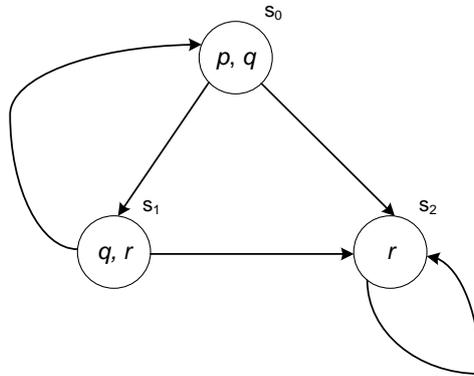


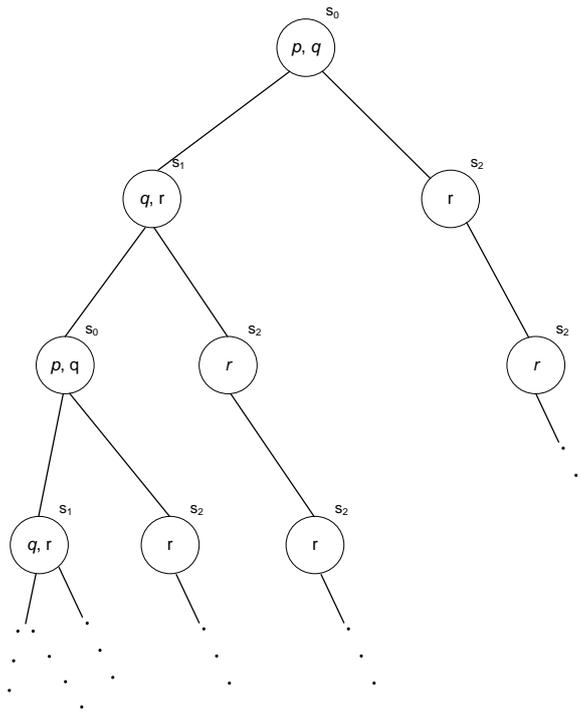
## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗ CTL/LTL

### ΑΣΚΗΣΗ 1

Θεωρήστε το μοντέλο  $M$  ενός συστήματος που δίνεται από το αυτόματο του σχήματος



και το (άπειρο) δέντρο του σχήματος



που αναπαριστά όλες τις πιθανές εκτελέσεις του μοντέλου. Ποιοι από τους ακόλουθους τύπους είναι αληθείς, ποιοι δεν είναι αληθείς και γιατί:

$$\begin{aligned} M, s_0 & \models \mathbf{EX} (q \wedge r) \\ M, s_0 & \models \neg \mathbf{AX} (q \wedge r) \\ M, s_0 & \models \neg \mathbf{EF} (p \wedge r) \\ M, s_2 & \models \mathbf{EG} r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M, s_2 & \models \mathbf{AG} r \\ M, s_0 & \models \mathbf{AF} r \\ M, s_0 & \models \mathbf{E}[(p \wedge q) \cup r] \\ M, s_0 & \models \mathbf{A}[p \cup r] \end{aligned}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

$M, s_0 \models EX (q \wedge r)$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή στο δέντρο του σχήματος υπάρχει το αριστερά εικονιζόμενο μονοπάτι  $s_0 \rightarrow s_1 \rightarrow s_0 \rightarrow s_1 \rightarrow \dots$  που στο δεύτερο κόμβο του ισχύει τόσο η  $q$  όσο και η  $r$

$M, s_0 \models \neg AX (q \wedge r)$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή υπάρχει το δεξιά εμφανιζόμενο μονοπάτι  $s_0 \rightarrow s_2 \rightarrow s_2 \rightarrow s_2 \rightarrow \dots$  που στο δεύτερο κόμβο του ισχύει μόνο η  $r$  και όχι η  $q$

$M, s_0 \models \neg EF (p \wedge r)$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή δεν υπάρχει μονοπάτι που να αρχίζει από την  $s_0$  τέτοιο ώστε να προσεγγίζει κατάσταση στην οποία να ισχύουν τόσο η  $p$  όσο και η  $r$

$M, s_2 \models EG r$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή υπάρχει το μονοπάτι  $s_2 \rightarrow s_2 \rightarrow s_2 \rightarrow \dots$  που αρχίζει από την  $s_2$  και είναι τέτοιο ώστε η  $r$  να ισχύει σε όλες τις μελλοντικές καταστάσεις

$M, s_2 \models AG r$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή υπάρχει μόνο ένα μονοπάτι που αρχίζει από την  $s_2$  και αυτό συμβαίνει να ικανοποιεί την  $r$  σε όλες του τις καταστάσεις

$M, s_0 \models AF r$  είναι ΑΛΗΘΗΣ για όλα τα μονοπάτια με αφετηρία την κατάσταση  $s_0$  το σύστημα προσεγγίζει μία κατάσταση, την  $s_1$  ή την  $s_2$  που και στις δύο ισχύει η  $r$

$M, s_0 \models E[(p \wedge q) \cup r]$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή υπάρχει το δεξιά εμφανιζόμενο μονοπάτι εκτέλεσης  $s_0 \rightarrow s_2 \rightarrow s_2 \rightarrow s_2 \rightarrow \dots$  που ο δεύτερος κόμβος του ο  $s_2$  ικανοποιεί την  $r$  αλλά όλοι οι προηγούμενοι - δηλαδή ο  $s_0$  - ικανοποιούν την  $p$  και την  $q$

$M, s_0 \models A[p \cup r]$  είναι ΑΛΗΘΗΣ επειδή η  $p$  ισχύει στην  $s_0$  και η  $r$  ισχύει σε κάθε διάδοχη κατάσταση της  $s_0$  οπότε η  $p \cup r$  ισχύει για όλα τα μονοπάτια εκτέλεσης με αφετηρία την  $s_0$

## ΑΣΚΗΣΗ 2

Να εκφράσετε σε CTL τις παρακάτω προτάσεις:

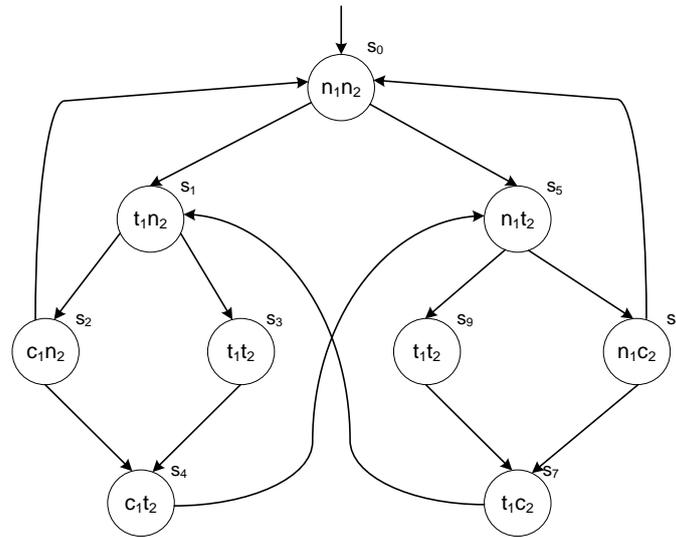
- είναι πιθανή κατάσταση στην οποία ισχύει η πρόταση `started` αλλά δεν ισχύει η πρόταση `ready`:
- για κάθε κατάσταση, αν συμβεί ένα `request` (έστω για έναν πόρο του συστήματος), τότε τελικά επιβεβαιώνεται η λήψη του (`acknowledged`):
- μία συγκεκριμένη διεργασία καθίσταται δυνατή (`enabled`) άπειρα πολλές φορές σε κάθε μονοπάτι υπολογισμού:
- ότι και να συμβεί μία συγκεκριμένη διεργασία θα πέσει τελικά σε οριστικό αδιέξοδο (`deadlock`):
- για κάθε κατάσταση είναι πιθανό να προσεγγίσουμε κατάσταση στην οποία θα ισχύει η πρόταση `restart`:
- ένας ανελκυστήρας που κινείται ανοδικά και βρίσκεται στο δεύτερο όροφο δεν αλλάζει κατεύθυνση όταν οι επιβάτες επιθυμούν να πάνε στον πέμπτο όροφο (χρησιμοποιήστε τις προτάσεις `floor=2`, `direction=up`, `ButtonPressed5`, `floor=5`):

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

- είναι πιθανή κατάσταση στην οποία ισχύει η πρόταση `started` αλλά δεν ισχύει η πρόταση `ready`: **EF** (`started`  $\wedge$   $\neg$ `ready`)
- για κάθε κατάσταση, αν συμβεί ένα `request` (έστω για έναν πόρο του συστήματος), τότε τελικά επιβεβαιώνεται η λήψη του (`acknowledged`): **AG**(`requested`  $\rightarrow$  **AF** `acknowledged`)
- μία συγκεκριμένη διεργασία καθίσταται δυνατή (`enabled`) άπειρα πολλές φορές σε κάθε μονοπάτι υπολογισμού: **AG** (**AF** `enabled`)
- ότι και να συμβεί μία συγκεκριμένη διεργασία θα πέσει τελικά σε οριστικό αδιέξοδο (`deadlock`): **AF** (**AG** `deadlock`)
- για κάθε κατάσταση είναι πιθανό να προσεγγίσουμε κατάσταση στην οποία θα ισχύει η πρόταση `restart`: **AG** (**EF** `restart`)
- ένας ανελκυστήρας που κινείται ανοδικά και βρίσκεται στο δεύτερο όροφο δεν αλλάζει κατεύθυνση όταν οι επιβάτες επιθυμούν να πάνε στον πέμπτο όροφο (χρησιμοποιήστε τις προτάσεις `floor=2`, `direction=up`, `ButtonPressed5`, `floor=5`):  
**AG** (`floor=2`  $\wedge$  `direction=up`  $\wedge$  `ButtonPressed5`  $\rightarrow$  **A**[`direction=up`  $\cup$  `floor=5`])

### ΑΣΚΗΣΗ 3

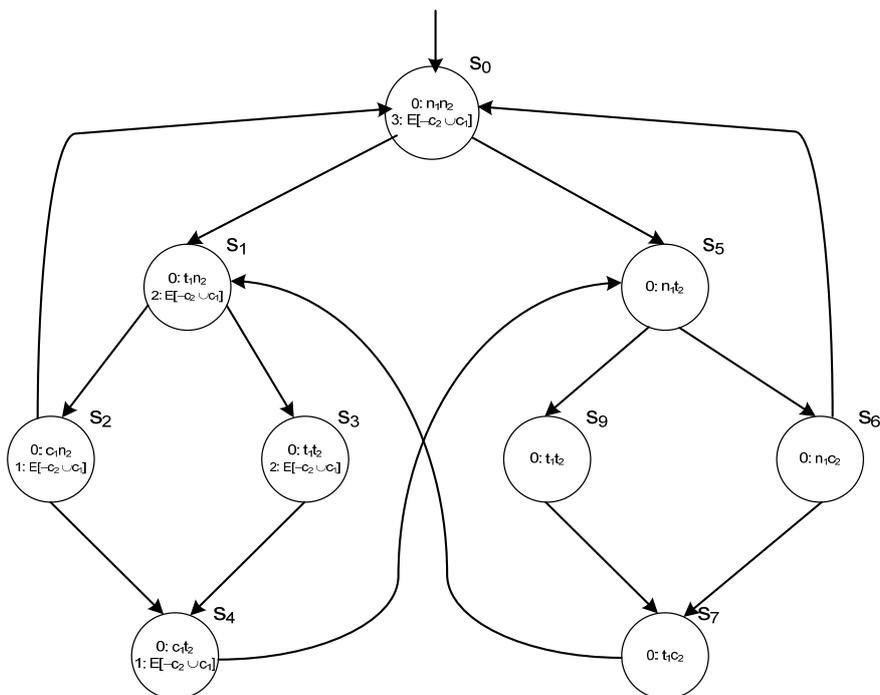
Εφαρμόστε το βασικό αλγόριθμο αποτίμησης εκφράσεων CTL στο μοντέλο αμοιβαίου αποκλεισμού για δύο διεργασίες που εικονίζεται στο σχήμα



πρόταση (n): η διεργασία βρίσκεται σε μη κρίσιμη κατάσταση  
 πρόταση (t): η διεργασία προσπαθεί να προσπελάσει κρίσιμη κατάσταση  
 πρόταση (c): η διεργασία βρίσκεται σε κρίσιμη κατάσταση

για τον τύπο  $E[-c_2 \cup c_1]$ . Στην πρώτη φάση εφαρμογής του αλγορίθμου θα καταγραφούν όλες οι καταστάσεις που ικανοποιούν την  $c_1$  και στη δεύτερη φάση θα καταγραφούν όλες οι καταστάσεις που δεν ικανοποιούν την  $c_2$  αλλά έχουν διάδοχη κατάσταση που ήδη έχει καταγραφεί στην προηγούμενη φάση.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:



Στην πρώτη φάση καταγράφονται όλες οι καταστάσεις που ικανοποιούν την  $c_1$  με  $E[\neg c_2 \cup c_1]$ . Στη δεύτερη φάση θα καταγραφούν όλες οι καταστάσεις που δεν ικανοποιούν την  $c_2$  αλλά έχουν διάδοχη κατάσταση που ήδη έχει καταγραφεί στην προηγούμενη φάση. Στην τρίτη φάση καταγράφεται η κατάσταση  $s_0$  που δεν ικανοποιεί την  $c_2$  αλλά έχει διάδοχη κατάσταση που ήδη έχει καταγραφεί στην προηγούμενη φάση. Η καταγραφή των καταστάσεων στις διαδοχικές φάσεις εκτέλεσης απεικονίζεται στο σχήμα.

#### ΑΣΚΗΣΗ 4

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις CTL είναι συντακτικά σωστές, ποιες όχι και γιατί:

$\mathbf{EF E[r \cup q]}$	$\mathbf{A\neg G \neg p}$
$\mathbf{A[p \cup EF r]}$	$\mathbf{F [r \cup q]}$
$\mathbf{AG AF r}$	$\mathbf{EF [r \cup q]}$
$\mathbf{AG (p \rightarrow A[p \cup (\neg p \wedge A[\neg p \cup q])])}$	$\mathbf{AF [(r \cup q) \wedge (p \cup r)]}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

$\mathbf{EF E[r \cup q]}$	καλώς ορισμένη CTL πρόταση
$\mathbf{A[p \cup EF r]}$	καλώς ορισμένη CTL πρόταση
$\mathbf{AG AF r}$	καλώς ορισμένη CTL πρόταση
$\mathbf{AG (p \rightarrow A[p \cup (\neg p \wedge A[\neg p \cup q])])}$	καλώς ορισμένη CTL πρόταση
$\mathbf{A\neg G \neg p}$	δεν είναι καλώς ορισμένη CTL πρόταση γιατί αμέσως μετά το $\mathbf{A}$ μπορεί να ακολουθεί μόνο ένα εκ των $\mathbf{G, F, X, \cup}$ και όχι το $\neg$
$\mathbf{F [r \cup q]}$	δεν είναι καλώς ορισμένη CTL πρόταση γιατί το $\cup$ δεν μπορεί να κάνει ζεύγος με το $\mathbf{F}$
$\mathbf{EF [r \cup q]}$	δεν είναι καλώς ορισμένη CTL πρόταση γιατί το $\cup$ δεν κάνει ζεύγος με κάποιο εκ των $\mathbf{A}$ ή $\mathbf{E}$ όπως απαιτείται θα ήταν καλώς ορισμένη αν γράφαμε $\mathbf{EF E[r \cup q]}$ ή $\mathbf{EF A[r \cup q]}$
$\mathbf{AF [(r \cup q) \wedge (p \cup r)]}$	δεν είναι καλώς ορισμένη CTL πρόταση γιατί τα $\cup$ δεν κάνουν ζεύγος με κάποιο εκ των $\mathbf{A}$ ή $\mathbf{E}$ αλλά επίσης δεν επιτρέπεται η χρήση του $\wedge$ απευθείας μέσα σε προτάσεις $\mathbf{A[ ]}$ και $\mathbf{E[ ]}$ . Όταν τα $\mathbf{A}$ και $\mathbf{E}$ ακολουθούνται από $\cup$ τότε θα πρέπει η πρόταση να έχει τη μορφή $\mathbf{A[ \varphi \cup \psi ]}$ , όπου οι $\varphi$ και $\psi$ μπορεί να περιέχουν το $\wedge$

### ΑΣΚΗΣΗ 5

Εκφράστε την πρόταση CTL

$$\mathbf{AG}(p \rightarrow \mathbf{AF} q)$$

σε LTL (δηλ. κάθε  $p$  ακολουθείται τελικά στο μέλλον από ένα  $q$ ).

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Η παραπάνω πρόταση γράφεται στην LTL ως

$$\mathbf{G}(p \rightarrow \mathbf{F} q)$$