



Stay hungry. Stay foolish.





Τι είναι το Πανεπιστήμιο;

“A university is not about results in the next quarter; it is not even about who a student has become by graduation. It is about learning that molds a lifetime, learning that transmits the heritage of millennia; learning that shapes the future,” said President Faust.

Rose Lincoln/Harvard News Office

Πολύ σημαντικό

Η αστρονομία



είναι για τα τηλεσκόπια



ότι η Πληροφορική



για τους Υπολογιστές.



Edsger Dijkstra (Turing award)



Τι είναι Πληροφορική;

Computer science or **computing science** (sometimes abbreviated **CS**) is the study of the **theoretical foundations of information and computation**, and of practical techniques for their implementation and application in computer systems.^{[1][2][3][4]} It is frequently described as the systematic study of algorithmic processes that create, describe, and transform information. Computer science has many sub-fields; some, such as computer graphics, emphasize the computation of specific results, while others, such as computational complexity theory, study the properties of computational problems. Still others focus on the challenges in implementing computations. For example, programming language theory studies approaches to describe computations, while computer programming applies specific programming languages to solve specific computational problems, and human-computer interaction focuses on the challenges in making computers and computations useful, usable, and universally accessible to people.

The general public sometimes confuses computer science with careers that deal with computers (such as the noun Information Technology), or think that it relates to their own experience of computers, which typically involves activities such as gaming, web-browsing, and word-processing. However, the focus of computer science is more on understanding the properties of the programs used to implement software such as games and web-browsers, and using that understanding to create new programs or improve existing ones.^[5]



Περιοχές Πληροφορικής (κατά Wikipedia)

Θεωρητική Πληροφορική

- Θεωρία Υπολογισμού
- Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης
- Αλγόριθμοι και Δομές
- Θεωρία Γλωσσών Προγραμματισμού
- Τυπικές Μέθοδοι
- Παράλληλα και Κατανεμημένα Συστήματα
- Βάσεις Δεδομένων και Ανάκτηση Πληροφορίας



Περιοχές Πληροφορικής (κατά Wikipedia)

Εφαρμοσμένη Πληροφορική

- Τεχνητή Νοημοσύνη
- Αρχιτεκτονική και Στοιχεία Υπολογιστών
- Γραφικά και Οπτικοποίηση
- Ασφάλεια και Κρυπτογραφία
- Υπολογιστική Επιστήμη
- Πληροφορική στην Υγεία
- Επιστήμη Πληροφορίας
- Τεχνολογία Λογισμικού

Δουλειά

(κάπου αλλού μακριά ☺)

- CS Career Projections

Computer Science Teachers Association (05/20/10)

The market for U.S.-based computing careers is expected to thrive, with the U.S. Bureau of Labor Statistics (BLS) projecting that computing will be one of the fastest-growing U.S. job markets in science, technology, engineering, and mathematics (STEM) for the foreseeable future. Almost 75 percent of new U.S. science or engineering jobs will be in computing, while just 16 percent will be in traditional engineering positions. The BLS predicts that 27 percent of the new STEM positions will be in software engineering, while new jobs in computer networking and systems analysis will greatly outnumber those in traditional engineering. Despite the abundance of jobs, there is a major decline of undergraduate computer science (CS) degree enrollments, and this is leading to a shortage of graduates. Fierce competition for CS graduates is also causing salaries for computing-related professionals to rise. Statistics indicate that annual STEM job openings through 2018 will come close to 140,000, while the number of college graduates with a degree in computing will barely top 40,000. In contrast, there is an oversupply of engineering, life sciences, mathematics, and physical sciences graduates.

http://blog.acm.org/archives/csta/2010/05/cs_career_proje_1.html



■ Εθελοντής;





Για να σας Στριμώξω Λίγο.....

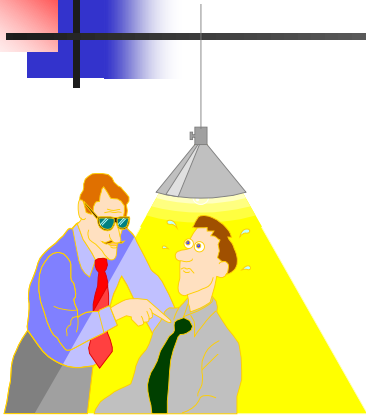
4 τύποι θέλουν να διασχίσουν μία γέφυρα μέσα στη νύχτα. Έχουν ένα φακό και η γέφυρα μπορεί να κρατήσει δύο άτομα κάθε φορά. Ο χρόνος που χρειάζονται να διασχίσουν τη γέφυρα είναι 1, 2, 5, και 10 λεπτά αντίστοιχα. Είναι δυνατό όλοι να περάσουν τη γέφυρα σε 17 λεπτά έτσι ώστε κανείς να μην περπατά στο σκοτάδι;



Έχετε ένα Λεπτό.....

4 τύποι θέλουν να διασχίσουν μία γέφυρα μέσα στη νύχτα. Έχουν ένα φακό και η γέφυρα μπορεί να κρατήσει δύο άτομα κάθε φορά. Ο χρόνος που χρειάζονται να διασχίσουν τη γέφυρα είναι 1, 2, 5, και 10 λεπτά αντίστοιχα. Είναι δυνατό όλοι να περάσουν τη γέφυρα σε 17 λεπτά έτσι ώστε κανείς να μην περπατά στο σκοτάδι;

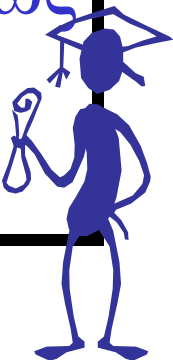
ΑΥΤΗ ΗΤΑΝ ΜΙΑ ΕΡΩΤΗΣΗ ΣΕ ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗ ΤΗΣ MICROSOFT



Γιατί νομίζετε ότι κάνουν τέτοιες ερωτήσεις, ενώ για παράδειγμα θα μπορούσαν να σας ζητήσουν να γράψετε κώδικα που να κάνει δυαδική αναζήτηση (που το κάνουν και αυτό);

Το Μέλλον Ανήκει στον Επιστήμονα Πληρ. που έχει

- **Περιεχόμενο:** Μία σύγχρονη αντίληψη επίλυσης θεμελιωδών προβλημάτων
- **Μέθοδο:** Βασικές αρχές και τεχνικές για την επίλυση ενός τεράστιου όγκου από άγνωστα προβλήματα που δημιουργούνται σε ένα ταχέως μεταβαλλόμενο πεδίο όπως η Πληροφορική





Εντός του Πανεπιστημίου

- Δεν είναι σχολείο
- Ξεχάστε το σχολείο ☺
- Μάθετε καινούργια πράγματα
- Να κάνετε αυτό που σας αρέσει
- Να περνάτε ωραία
- Να γίνετε σκεπτόμενοι άνθρωποι:
 - Αμφισβητήστε, Ερευνήστε, Επιχειρηματολογήστε, Πράξτε



ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΞΑΜΗΝΟ 1^ο

Υπεύθυνος μαθήματος: Τσίχλας Κωνσταντίνος

e-mail: tsichlas@delab.csd.auth.gr

Ιστότοπος: <http://delab.csd.auth.gr/~tsichlas/discrete.html>

Τηλ: 2310-991934

Γραφείο: Εθνικής Αντιστάσεως 16, 2^{ος} όροφος, Γρ. 29



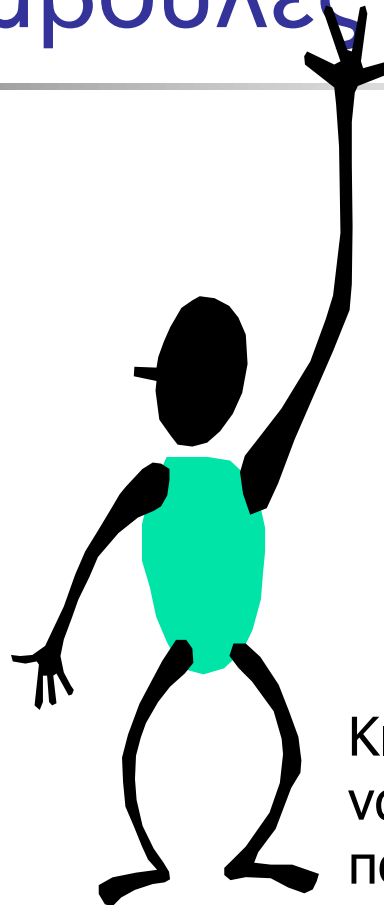
Βοηθοί

- Οψόμεθα...

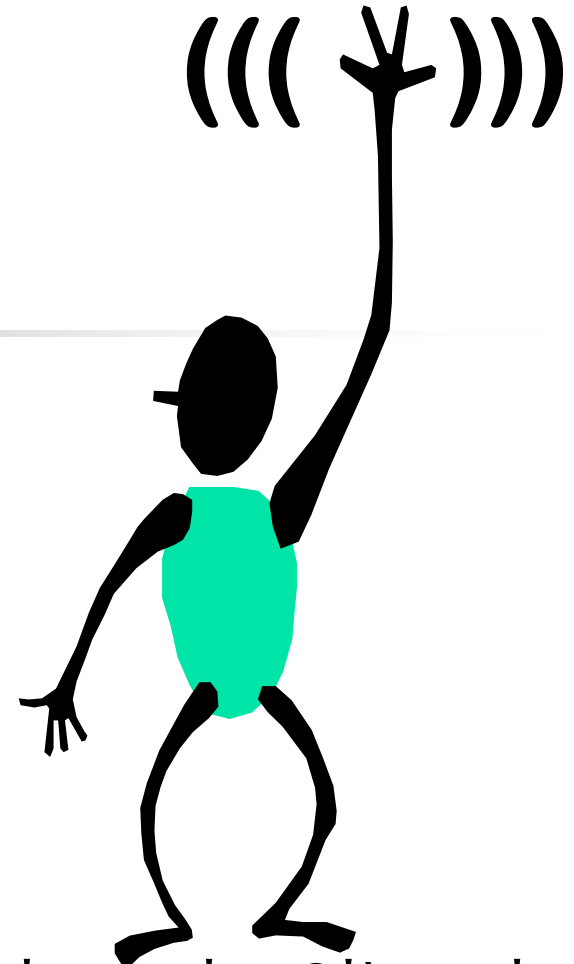


Κάποιες Συμβουλές

- Διακόψτε με ερωτήσεις (μερικές φορές ξεφεύγω)
- Παρακολουθήστε τις διαλέξεις (ελπίζω να έχουν πλάκα)
- Λύστε ασκήσεις
- Αν δεν καταλαβαίνετε κάτι ελάτε στο γραφείο μου (ίσως το καταλάβουμε μαζί)



Σταθερό χέρι: Ερώτηση ή σχόλιο γενικής φύσης



Κινοούμενο χέρι: Θέλετε κάτι να πείτε σε σχέση με αυτά που **λέω τώρα**

Πάμε λίγο...

Στις 6 το πρωί το ρολόι τοίχου χτυπά 6 φορές και ο χρόνος μεταξύ του πρώτου και τελευταίου χτύπου είναι 30 δευτερόλεπτα. Πόση ώρα θα διαρκούν οι 12 χτύποι το μεσημέρι;



Πάμε λίγο ακόμα...

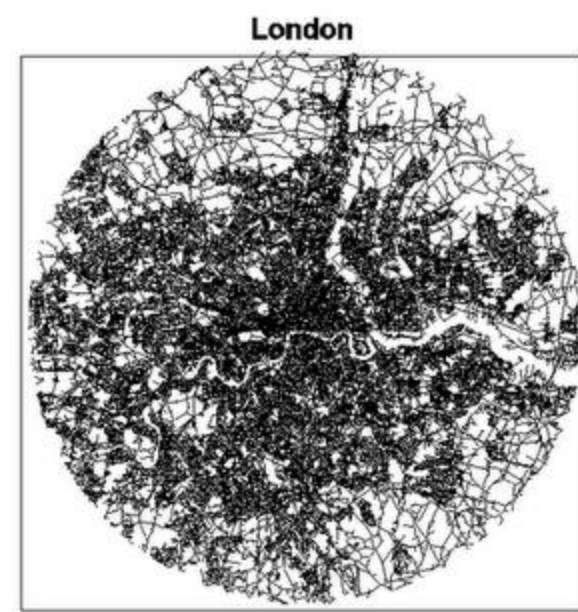
Σε ποια περίπτωση η αγοραστική σας δύναμη θα αυξανόταν: α) όταν ο μηνιαίος μισθός σας αυξηθεί κατά 30% ή β) όταν όλες οι τιμές μειωθούν κατά 30%;

Copyright 2006 by Randy Glasbergen.
www.glasbergen.com



**“We believe in paying our employees as much as they need.
Since you’ll be at your desk 90 hours a week,
you won’t need much.”**

Ακόμα ένα...



Στη χώρα του μάγου του Οζ, όλοι οι δρόμοι είναι μονόδρομοι. Επιπλέον κάθε ζευγάρι πόλεων συνδέεται από έναν μόνο δρόμο. Δείξτε ότι υπάρχει κάποια πόλη (η πρωτεύουσα μάλλον) που είναι προσβάσιμη από όλες τις άλλες πόλεις απευθείας ή μέσω άλλης μίας πόλης.



Περιεχόμενο μαθήματος

Discrete mathematics, also called *finite mathematics*, is the study of mathematical structures that are fundamentally discrete in the sense of not supporting or requiring the notion of continuity.

Objects studied in discrete mathematics are largely countable sets such as integers, finite graphs, and formal languages. (wikipedia)

- Θεμελιώδεις έννοιες
- Λογική, άλγεβρες και αλγόριθμοι
- Τεχνικές αρίθμησης και πιθανότητες
- Βασικά εργαλεία ανάλυσης
- Στοιχεία θεωρίας γραφημάτων



Περίληψη περιεχομένων (1)

- **Θεμελιώδεις έννοιες**
 - Τι είναι τα διακριτά μαθηματικά;
 - Επισκόπηση αριθμητικών συστημάτων
 - Στοιχειώδης θεωρία συνόλων
 - Σχέσεις και συναρτήσεις



Περίληψη περιεχομένων (2)

- **Λογική, Άλγεβρες και Αλγόριθμοι**
 - Άλγεβρικές δομές: σύνολα με πράξεις
 - Λογικές προτάσεις
 - Μαθηματικές αποδείξεις
 - Βασικά στοιχεία Λογικής



Περίληψη περιεχομένων (3)

- **Τεχνικές αρίθμησης και πιθανότητες**
 - Τι είναι αρίθμηση;
 - Στοιχειώδης συνδυαστική θεωρία
 - Στοιχεία θεωρίας πιθανοτήτων (διακριτές πιθανότητες και αρίθμηση)



Περίληψη περιεχομένων (4)

- **Βασικά Εργαλεία Ανάλυσης**
 - Αθροίσματα, Ασυμπτωτικές Εκτιμήσεις
 - Αναδρομικές Εξισώσεις



Περίληψη περιεχομένων (5)

- **Στοιχεία θεωρίας γραφημάτων**
 - Τι είναι τα γραφήματα;
 - Θεμελιώδεις έννοιες
 - Ιδιότητες και τύποι γραφημάτων
 - Δένδρα
 - Επίπεδα γραφήματα
 - Ισομορφισμός γραφημάτων



Ημερολόγιο (1)

1. Λογική I
2. Λογική II
3. Βασικά στοιχεία Θεωρίας Αριθμών
4. Θεμελιώδεις έννοιες συνόλων
5. Σχέσεις-συναρτήσεις
6. Αθροίσματα-Γινόμενα-Ασυμπτωτικές Εκτιμήσεις



Ημερολόγιο (2)

7. Αναδρομικές Εξισώσεις
8. Συνδυαστική I
9. Συνδυαστική II
10. Βασικά στοιχεία Διακριτής Πιθανότητας
11. Γραφήματα I
12. Γραφήματα II

Αξιολόγηση Μαθήματος Τα Δύσκολα ☺

15-16

⋮⋮⋮⋮⋮⋮⋮⋮

(13-14)

- Υποχρεωτικές Ασκήσεις (ατομικές) (~35%)
- Υποχρεωτική Πρόοδο (~20%)
- Εξέταση Ιανουαρίου (ΚΑΙ Σεπτεμβρίου) (~55%)



Αποδείξεις

- Το μάθημα πρόκειται για αποδείξεις.
- Πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί για να αποφεύγουμε λάθη.

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{-1}\sqrt{-1} = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

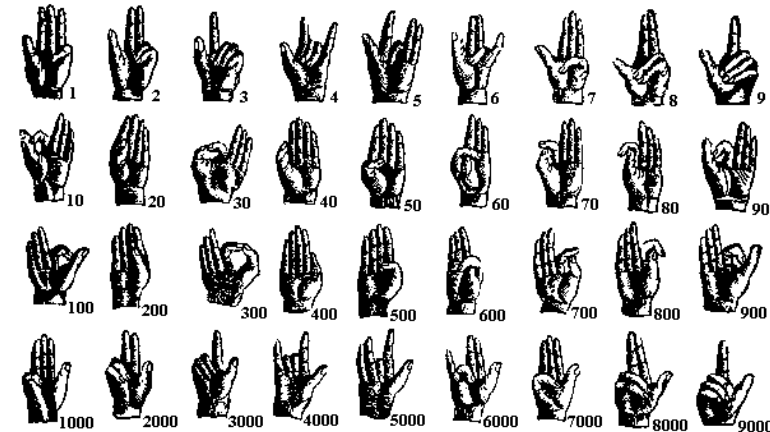


Άλλες σχετικές πληροφορίες

- Βιβλία:
 - *«ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥΣ»*, K.H. Rosen, Εκδόσεις Τζιόλα, Υπό έκδοση
 - *«ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ»*, Λ. Αγγελής – Γ. Μπλήρης, Εκδόσεις Τζιόλα, 2003
- Διαφάνειες και άλλο υλικό στο Internet:
 - <http://delab.csd.auth.gr/~tsichlas/discrete.html>

1	α	alpha	10	ι	iota	100	ρ	rho
2	β	beta	20	κ	kappa	200	σ	sigma
3	γ	gamma	30	λ	lambda	300	τ	tau
4	δ	delta	40	μ	mu	400	υ	upsilon
5	ε	epsilon	50	ν	nu	500	φ	phi
6	ς	vau*	60	ξ	xi	600	χ	chi
7	ζ	zeta	70	ο	omicron	700	ψ	psi
8	η	eta	80	π	pi	800	ω	omega
9	θ	theta	90	Ϟ	koppa*	900	Ϸ	sampi

*vau, koppa, and sampi are obsolete characters



FINGER SYMBOLS
(From a manual published in 1520)

ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1	Υ	11	ΛΥ	21	ΛΛΥ	31	ΛΛΛΥ	41	ΛΛΛΛΥ	51	ΛΛΛΛΛΥ
2	ΥΥ	12	ΛΥΥ	22	ΛΛΥΥ	32	ΛΛΛΥΥ	42	ΛΛΛΛΥΥ	52	ΛΛΛΛΛΥΥ
3	ΥΥΥ	13	ΛΥΥΥ	23	ΛΛΥΥΥ	33	ΛΛΛΥΥΥ	43	ΛΛΛΛΥΥΥ	53	ΛΛΛΛΛΥΥΥ
4	ΥΥΥΥ	14	ΛΥΥΥΥ	24	ΛΛΥΥΥΥ	34	ΛΛΛΥΥΥΥ	44	ΛΛΛΛΥΥΥΥ	54	ΛΛΛΛΛΥΥΥΥ
5	ΥΥΥΥΥ	15	ΛΥΥΥΥΥ	25	ΛΛΥΥΥΥΥ	35	ΛΛΛΥΥΥΥΥ	45	ΛΛΛΛΥΥΥΥΥ	55	ΛΛΛΛΛΥΥΥΥΥ
6	ΥΥΥΥΥΥ	16	ΛΥΥΥΥΥΥ	26	ΛΛΥΥΥΥΥΥ	36	ΛΛΛΥΥΥΥΥΥ	46	ΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥ	56	ΛΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥ
7	ΥΥΥΥΥΥΥ	17	ΛΥΥΥΥΥΥΥ	27	ΛΛΥΥΥΥΥΥΥ	37	ΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥ	47	ΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥ	57	ΛΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥ
8	ΥΥΥΥΥΥΥΥ	18	ΛΥΥΥΥΥΥΥΥ	28	ΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥ	38	ΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥ	48	ΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥ	58	ΛΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥ
9	ΥΥΥΥΥΥΥΥΥ	19	ΛΥΥΥΥΥΥΥΥΥ	29	ΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥΥ	39	ΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥΥ	49	ΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥΥ	59	ΛΛΛΛΛΥΥΥΥΥΥΥΥΥ
10	Λ	20	ΛΛ	30	ΛΛΛ	40	ΛΛΛΛ	50	ΛΛΛΛΛ		

Συστήματα Αρίθμησης



On June 4, 1996 an unmanned Ariane 5 rocket launched by the European Space Agency exploded just forty seconds after its lift-off from Kourou, French Guiana. The rocket was on its first voyage, after a decade of development costing \$7 billion. The destroyed rocket and its cargo were valued at \$500 million. A board of inquiry investigated the causes of the explosion and in two weeks issued a report. It turned out that the cause of the failure was a software error in the inertial reference system. Specifically a 64 bit floating point number relating to the horizontal velocity of the rocket with respect to the platform was converted to a 16 bit signed integer. The number was larger than 32,767, the largest integer storeable in a 16 bit signed integer, and thus the conversion failed.

Αριθμητικά συστήματα

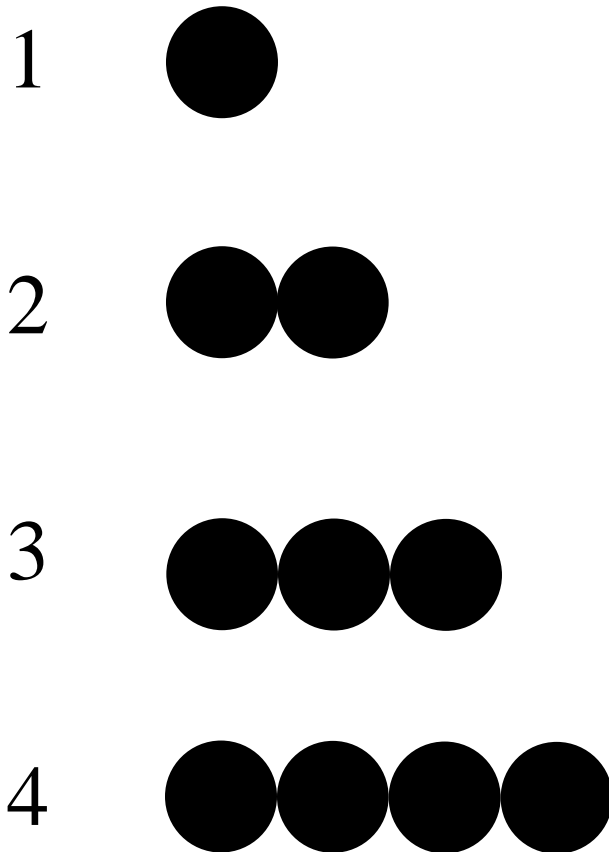
Σύστημα αριθμών:

- Σύνολο από σύμβολα συνοδευόμενο από κανόνες χρήσης των συμβόλων
- Έκφραση ποσοτήτων για:
 - καταμέτρηση
 - σύγκριση ποσοτήτων
 - εκτέλεση υπολογισμών
 - καθορισμό διάταξης
 - διεξαγωγή μετρήσεων
 - αντιπροσώπευση τιμών
 - καθορισμό ορίων
 - αφαιρετική παράσταση ποσοτήτων
 - κωδικοποίηση πληροφοριών
 - μετάδοση δεδομένων

Αριθμητικά συστήματα

- Σύστημα αριθμών = γλώσσα
 - Πεπερασμένο σύνολο με λίγα σύμβολα
 - Χρήση στη σύνθεση άπειρων λέξεων
- Πολλές κατηγορίες αριθμών
 - Φυσικοί
 - Ακέραιοι
 - Ρητοί
 - Πραγματικοί
 - Μιγαδικοί
- Πολλοί τρόποι παράστασης
 - Δυαδικός
 - Δεκαδικός
 -

Προϊστορικό Μοναδιαίο Σύστημα Αρίθμησης





Μαγικές Κάρτες

19,21,1,5,11,9,
29,17,15,13,23,
7,25,27,3,31

31,7,6,3,27,18
14,23,11,19,22,
15,26,10,30,2

29,31,6,7,12,23
21,15,20,14,22
13,28,4,30,5

29,9,27,15,12,26
14,11,24,31,13
10,28,8,30,25

24,31,18,19,28
29,27,23,16,25
26,22,20,21,30,17

Φυσικοί αριθμοί

- Σύνολο *φυσικών αριθμών* (Natural numbers):

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

- Εμπειρικός ορισμός:

- *Μια ακολουθία της οποίας το κάθε στοιχείο δημιουργείται αν στο προηγούμενο προσθέσουμε τη μονάδα ή αλλιώς αν στο πρώτο στοιχείο προσθέτουμε συνεχώς μια μονάδα*

- Ένας αριθμός είναι φυσικός:

$$n \in \mathbf{N}$$

Φυσικοί αριθμοί

- Αυστηρός (επαγωγικός) ορισμός με βάση τα *αξιώματα του Peano* (Peano's axioms):

(α) Υπάρχει ένας φυσικός αριθμός που συμβολίζεται με ϕ .

(β) Σε κάθε φυσικό αριθμό n αντιστοιχεί ένας άλλος μοναδικός φυσικός αριθμός n' ο οποίος ονομάζεται *διάδοχος* (successor) του n .

(γ) Ο ϕ δεν είναι διάδοχος κάποιου φυσικού αριθμού.

(δ) Αν $n' = m'$ τότε $n = m$

(ε) Αν το \mathbf{N} είναι ένα σύνολο φυσικών αριθμών τέτοιο ώστε

(ε1) το \mathbf{N} να περιέχει τον ϕ

(ε2) το \mathbf{N} να περιέχει τον n' όποτε περιέχει τον n

τότε το \mathbf{N} περιέχει όλους τους φυσικούς αριθμούς.

Παράσταση φυσικών αριθμών

- Ένας φυσικός αριθμός μπορεί να παρασταθεί με πολλούς τρόπους
 - Παράδειγμα: $1275 = 1$ χιλιάδα, 2 εκατοντάδες, 7 δεκάδες και 5 μονάδες
- **Δεκαδικό σύστημα (decimal system)**
 - Παράσταση με βάση τις δυνάμεις του 10
 - Αραβικά ψηφία $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$
- **Άλλα συστήματα:**
 - πενταδικό (Φυλές Εσκιμώων)
 - εξηκονταδικό (Βαβυλώνιοι)
 - εικοσαδικό (Κέλτες - Μάγιας)

Παράσταση στον υπολογιστή

- *Δυαδικό σύστημα (binary system):*
 - Η βάση της λειτουργίας των υπολογιστών
 - Βασίζεται στα ψηφία 0 και 1
- *Το ελάχιστο αλφάβητο για παράσταση πληροφορίας*
 - Απαιτούνται τουλάχιστον 2 σύμβολα για σχηματισμό λέξεων και δόμηση γλώσσας
 - Οικονομία στα διαφορετικά σύμβολα που πρέπει να αναγνωρίζει ο υπολογιστής
 - Αύξηση μήκους των λέξεων

Γενική παράσταση φυσικού αριθμού n

$$(a_k a_{k-1} a_{k-2} a_{k-3} \cdots a_1 a_0)_b$$

$$n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + a_{k-2} b^{k-2} + a_{k-3} b^{k-3} + \cdots + a_1 b + a_0$$

$$0 \leq a_j < b$$

$$a_k \neq 0$$

- b : *βάση της παράστασης*
- a_j : *ψηφία της παράστασης*

Αριθμός ψηφίων παράστασης φυσικού αριθμού n

- Πόσα ψηφία χρειάζονται στη βάση b ;
- Βρίσκουμε δύναμη m του b ώστε

$$b^{m-1} < n \leq b^m$$

$$b^{m-1} = \left(\underbrace{100\dots 0}_m \right)_b$$

$$b^m = \left(\underbrace{100\dots 0}_{m+1} \right)_b$$

- $n < b^m$: χρειάζονται ακριβώς m ψηφία
- $n = b^m$: χρειάζονται $m+1$ ψηφία

1ο Παράδειγμα

- Να παρασταθεί ο αριθμός 21 στις βάσεις:
 $b = 2, 3, 4, 8, 10, 1$

$b = 2$: Ισχύει $2^4 < 21 < 2^5 \Rightarrow$ χρειαζόμαστε $k+1=4+1=5$ δυαδικά ψηφία

$$\begin{aligned} 21 &= a_4 2^4 + a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 \\ &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \end{aligned}$$

Παράσταση του 21 με βάση το 2: $(10101)_2$



1ο Παράδειγμα (συν.)

$b = 3: 3^2 < 21 < 3^3 \Rightarrow$ απαιτούνται $k+1=2+1=3$ ψηφία

$$21 = a_2 3^2 + a_1 3^1 + a_0 = 2 \times 3^2 + 1 \times 3 + 0$$

Παράσταση του 21 με βάση το 3: $(210)_3$.

$b = 4: 4^2 < 21 < 4^3 \Rightarrow$ απαιτούνται $k+1=2+1=3$ ψηφία

$$21 = a_2 4^2 + a_1 4^1 + a_0 = 1 \times 4^2 + 1 \times 4 + 1$$

Παράσταση του 21 με βάση το 4: $(111)_4$.

1ο Παράδειγμα (συν.)

$b = 8: 8^1 < 21 < 8^2 \Rightarrow$ απαιτούνται $k + 1 = 1 + 1 = 2$ ψηφία

$$21 = a_1 8^1 + a_0 = 2 \times 8^1 + 5$$

Παράσταση του 21 με βάση το 8: $(25)_8$.

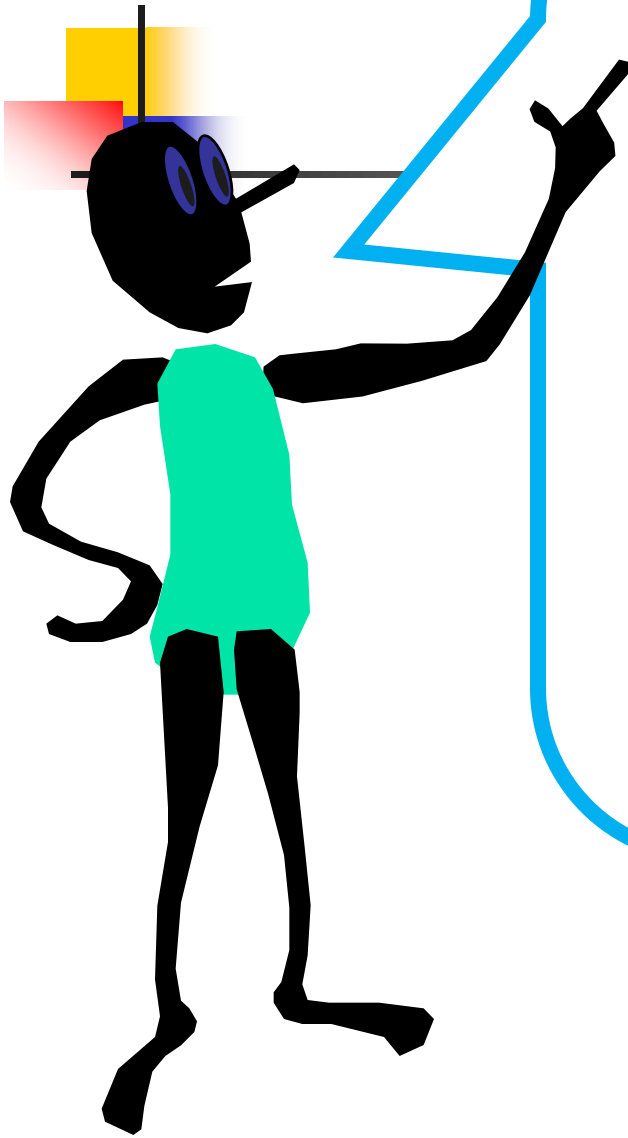
$b = 10: 10^1 < 21 < 10^2 \Rightarrow$ απαιτούνται 2 ψηφία

$$21 = a_1 10^1 + a_0 = 2 \times 10 + 1$$

Παράσταση του 21 με βάση το 10: $(21)_{10}$

Αφού είμαστε στο μοναδιαίο σύστημα αρίθμησης έχουμε:





Το n έχει μήκος n σε
μοναδιαίο σύστημα
αρίθμησης αλλά έχει
 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ σε δυαδικό

Το μοναδιαίο είναι εκθετικά
πιο μακρύ από το δυαδικό



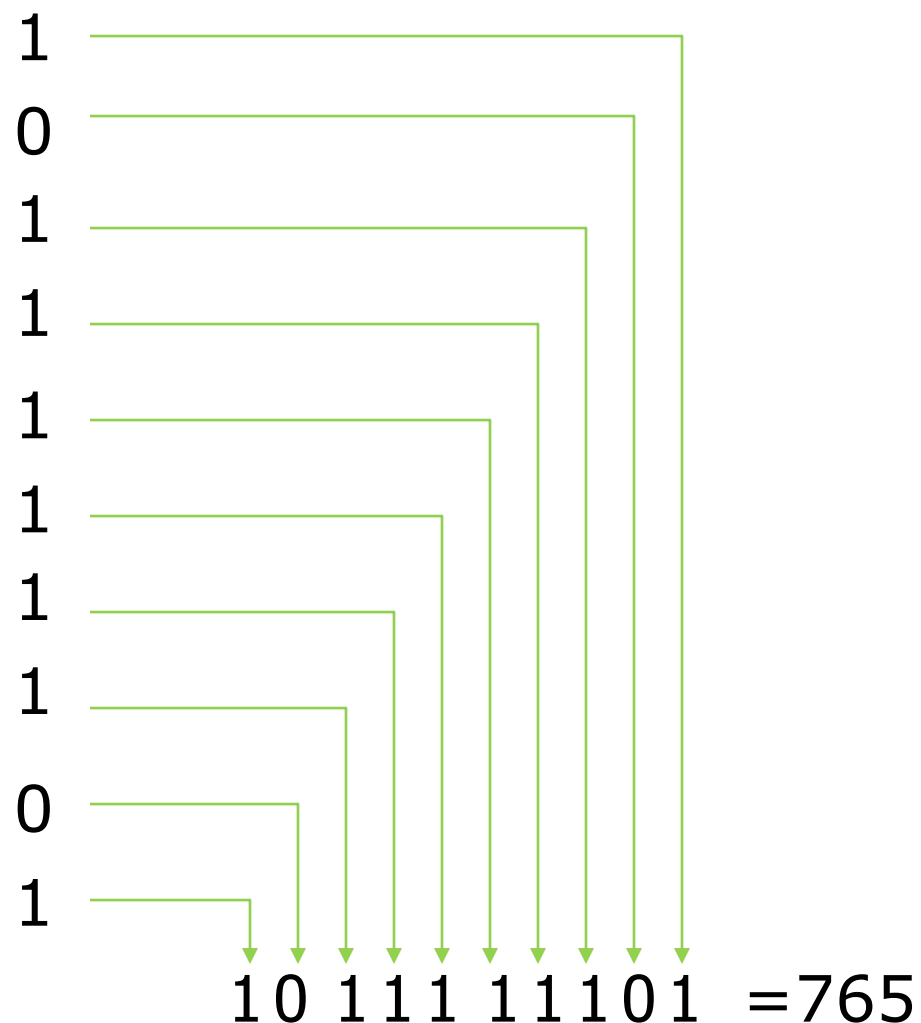
2ο Παράδειγμα

Παράσταση του αριθμού $(237)_8$ σε δεκαδική βάση

$$2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 159$$

Μετατροπή από δεκαδικό σε δυαδικό

7 6 5 : 2 → Υπόλοιπο 1
3 8 2 : 2 → Υπόλοιπο 0
1 9 1 : 2 → Υπόλοιπο 1
9 5 : 2 → Υπόλοιπο 1
4 7 : 2 → Υπόλοιπο 1
2 3 : 2 → Υπόλοιπο 1
1 1 : 2 → Υπόλοιπο 1
5 : 2 → Υπόλοιπο 1
2 : 2 → Υπόλοιπο 0
1 : 2 → Υπόλοιπο 1
0



Πράξεις στους φυσικούς αριθμούς

- πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός

$$n \in \mathbf{N}$$

$$p \in \mathbf{N}$$

- *κλειστές πράξεις* (closed operations)

$$n + p \in \mathbf{N}$$

$$n \times p \in \mathbf{N}$$

- *αντιμεταθετικές πράξεις* (commutative operations)

$$p + n = n + p$$

$$p \times n = n \times p$$

Πρόσθεση και Πολλαπλασιασμός στο δυαδικό σύστημα

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1



Παράδειγμα πρόσθεσης

$$57 = (111001)_2$$

$$13 = (1101)_2$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & & & 1 & \rightarrow \text{κρατούμενα} \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & & 1 & 1 & 0 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \rightarrow 70 = (1000110)_2 \end{array}$$



Ακέραιοι αριθμοί

- Σύνολο *ακεραίων αριθμών* (integers)

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \quad p \in \mathbf{Z}$$

- Ορισμός αρνητικών αριθμών και *αφαίρεσης*

$$a - b = a + (-b)$$

Ρητοί αριθμοί

- Σύνολο των *ρητών αριθμών* (rational numbers)

Q :

$$p/q \quad q \neq 0 \quad p, q \in \mathbf{Z}$$

- Παράσταση ρητών:

- $35/13 = 2.692307692307692\dots$

$$35/13 = 2.\overline{692307}$$



Παράσταση ρητών αριθμών

- Από δυαδικό σε δεκαδικό:

$$\begin{aligned}(101.01)_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 4 + 1 + (1/4) \\ &= 5 + .25 \\ &= 5.25\end{aligned}$$

Παράσταση ρητών αριθμών

- Μετατροπή από παράσταση σε βάση b σε δεκαδικό:

$$p = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + a_{k-2} b^{k-2} + a_{k-3} b^{k-3} + \dots + a_1 b + a_0 + c_\nu b^{-\nu} + c_{\nu-1} b^{-(\nu-1)} + c_{\nu-2} b^{-(\nu-2)} + c_{\nu-3} b^{-(\nu-3)} + \dots + c_1 b^{-1}$$

$$0 \leq c_j, a_j < b$$

Η αλλαγή παράστασης μπορεί να προκαλέσει σφάλμα!

- Δυαδική παράσταση του 9.45: $9=(1001)_2$

$$.45 \times 2 = 0.9$$

$$.9 \times 2 = 1.8$$

$$.8 \times 2 = 1.6$$

$$.6 \times 2 = 1.2$$

$$.2 \times 2 = 0.4$$

$$.4 \times 2 = 0.8$$

$$.8 \times 2 = 1.6$$

$$.6 \times 2 = 1.2$$

$$.2 \times 2 = 0.4$$

.....

επανάληψη
ψηφίων

$(1001.01110\dots)_2$

Άρρητοι Αριθμοί

Οι αριθμοί που δεν μπορούν να παρασταθούν ως πηλίκo δύο ακεραίων ονομάζονται *άρρητοι* (irrational numbers)

Παράδειγμα: $\sqrt{2}$

Απόδειξη (δια της ατόπου απαγωγής – αντίφαση):

p και q είναι πρώτοι μεταξύ τους αφού υποθέτουμε ότι είναι ρητός

$$(p/q)^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad p^2 = 2q^2$$

p^2 άρτιος αριθμός $\Rightarrow p$ άρτιος.

Έστω $p = 2u$:

$$(2u)^2 = 2q^2 \quad \Rightarrow \quad 2u^2 = q^2$$

Συμπέρασμα: q άρτιος. Άτοπο!! (p και q δεν μπορεί να είναι ταυτόχρονα άρτιοι)

12/10/2015

Πραγματικοί αριθμοί

- Σύνολο *πραγματικών αριθμών* \mathbf{R} (real numbers): Ρητοί, άρρητοι κ.τ.λ.
- Παράσταση πραγματικών αριθμών:
 - Αριθμοί *σταθερής υποδιαστολής* (fixed-point)

$$d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0 . d_{-1} d_{-2} \dots d_{-m}$$

- Αριθμοί *κινητής υποδιαστολής* (floating-point)

$$.d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0 d_{-1} d_{-2} \dots d_{-m} \times b^{n+1}$$



Μιγαδικοί αριθμοί

- Οι πραγματικοί αριθμοί δεν επαρκούν για τη λύση κάποιων προβλημάτων

$$x^2 = -1$$

- **Φανταστική μονάδα** (imaginary unit): i

$$i^2 = -1$$

$$i = \sqrt{-1}$$

- Σύνολο **μιγαδικών αριθμών** (complex numbers)

\mathbb{C} :

$$a + ib$$

$$a, b \in \mathbb{R}$$



Μαγικές Κάρτες

1,3,5,7,9,11,13
15,17,19,21,23
25,27,29,31

2,3,6,7,10,11
14,15,18,19,22,
23,26,27,30,31

4,5,6,7,12,13
14,15,20,21,22
23,28,29,30,31

8,9,10,11,12,13
14,15,24,25,26
27,28,29,30,31

16,17,18,19,20
21,22,23,24,25
26,27,28,29,30,31